Calcolo di integrali definiti semplici

1. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} senx dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} senx dx = [-\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} = -\cos\frac{\pi}{2} - (-\cos 0) = 0 + 1 = 1$$

2. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = [arcsenx]_0^{\frac{1}{2}} = arcsen\frac{1}{2} - arcsen0 = \frac{\pi}{6} - 0 = \frac{\pi}{6}$$

3. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\pi} e^{senx} \cos x dx$$

L'integrale è immediato pertanto:

$$\int_0^{\pi} e^{senx} \cos x dx = \left[e^{senx}\right]_0^{\pi} = e^{sen\pi} - e^{sen0} = e - 1$$

4. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^1 xe^{2x}dx$$

Calcoliamo per parti l'integrale indefinito

$$\int xe^{2x}dx = x\frac{e^{2x}}{2} - \int \frac{e^{2x}}{2}dx = x\frac{e^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4} + c$$

Quindi:

$$\int_0^1 xe^{2x}dx = \left[x\frac{e^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4}\right]_0^1 = \left[\frac{e^{2x}}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)\right]_0^1 = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}\left(e^2 + 1\right)$$

5. Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^2 x\sqrt{4 - x^2 dx}$$

Calcoliamo prima l'integrale indefinito:

$$\int x\sqrt{4 - x^2}dx = \int x\left(4 - x^2\right)^{1/2}dx = \frac{1}{2}\int 2x\left(4 - x^2\right)^{1/2}dx = \frac{1}{2}\frac{2}{3}\left(4 - x^2\right)^{3/2} = \frac{1}{3}\left(4 - x^2\right)^{3/2}$$

Quindi:

$$\int_0^2 x\sqrt{4 - x^2 dx} = \left[\frac{1}{3}\left(4 - x^2\right)^{3/2}\right]_0^2 = \frac{8}{3}$$